یونٹ 4

فورسز کا گھمانے کا اثر

(Turning Effect of Forces)

طلبہ کے علمی ماحصل / نتائج

اس یونٹ کے مطالعہ کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- لائک اور اَن لائک پیرالل فورسز کی تعریف بیان کر سکیں۔
- فورسز اور ویکٹرز کو جمع کرنے کا ہیڈ ٹو ٹیل رُول بیان کر سکیں۔
- بیان کر سکیں کہ کس طرح کسی فورس کو اس کے عمودی کمپونینٹس میں تقسیم کیا جاتا ہے۔
- عمودی کمپونینٹس سے کسی فورس کی مقدار اور سمت معلوم کر سکیں۔
- مومنٹ آف فورس یا ٹارک کی تعریف کر سکیں بطور
- ایکسز آف روٹیشن سے فورس کے عمل کی لائن کا عمودی فاصلہ × فورس = ٹارک
- روزمرہ زندگی کے حوالے سے فورس کے گھمانے کے اثر کی تشریح کر سکیں۔
- مومنٹس کا اصول بیان کر سکیں۔
- کسی جسم کے سنٹر آف ماس اور سنٹر آف گریویٹی کی تعریف کر سکیں۔
- کپل کی بطور ایسی دو فورسز کے تعریف کر سکیں جو روٹیشن پیدا کرنے کی کوشش کرتی ہیں۔
- ثابت کر سکیں کہ کپل کا کسی بھی پوائنٹ کے گرد مومنٹ ایک جیسا ہی رہتا ہے۔
- ایکوی لبریم کی تعریف کر سکیں اور روزمرہ زندگی سے مثالیں دے کر اس کی اقسام کی درجہ بندی کر سکیں۔
- کسی جسم کے ایکوی لبریم کی دو شرائط بیان کر سکیں۔
- سادہ متوازن سسٹم میں صرف ایک ایکسز پر قائم اجسام سے متعلق مشقی سوالات حل کر سکیں۔

تصوراتی تعلق

اس یونٹ کی بنیاد ہے:

لیور	سائنس-V
مشینیں	سائنس-VI
کائی نیمیٹکس	فزکس-IX

یہ یونٹ رہنمائی کرتا ہے:

روٹیشنل موشن، ویکٹرز اور ایکوی لبریم	فزکس-XI

اہم تصورات

4.1 اجسام اور فورسز
4.2 ریزلٹنٹ آف فورسز
4.3 ریزولیوشن آف فورسز
4.4 مومنٹ آف فورس
4.5 مومنٹس کا اصول
4.6 سنٹر آف ماس
4.7 کپل
4.8 ایکوی لبریم
4.9 سٹیبلٹی

- ایکوی لبریم کی مختلف حالتیں بیان کرسکیں اور عام مثالوں سے ان کی درجہ بندی کرسکیں۔
- سنٹر آف ماس کی پوزیشن سے پیدا ہونے والے سادہ اجسام کے متوازن ہونے کی وضاحت کرسکیں۔

طلبہ کی تحقیقی مہارت

- باقاعدہ اور بے قاعدہ اشکال کے اجسام کا سنٹر آف ماس اور سنٹر آف گریویٹی معلوم کرسکیں۔

سائنس، ٹیکنالوجی اور سوسائٹی سے تعلق

- مومنٹ آف فورس کے عملی اطلاق کی مثالوں کے طور پر بوتل اوپنر، سپینر، دروازے اور کھڑکیوں کے ہینڈل وغیرہ کی ورکنگ کی وضاحت کرسکیں۔
- سی سا کے کام کرنے کا اصول بیان کرسکیں۔
- سٹیئرنگ وھیل اور بائیسکل کے پیڈل پر کپل کے کردار کا عملی مظاہرہ کرسکیں۔
- بیلنسنگ کھلونے اور ریسنگ کار وغیرہ کے مظاہرے سے واضح کرسکیں کہ کسی جسم کے متوازن ہونے کو اس کے سنٹر آف ماس کی بلندی کم کرنے اور بنیاد کا رقبہ بڑھانے سے بہتر کیا جاسکتا ہے۔

شکل 4.1: سپینر کی مدد سے نٹ کھولنا آسان ہے۔

کیا بائیسکل کے ایکسل کا نٹ ہاتھ سے ڈھیلا کیا جاسکتا ہے؟ عموماً اس کے لیے ہم سپینر استعمال کرتے ہیں۔ جیسا کہ شکل (4.1) میں دکھایا گیا ہے۔ سپینر فورس کے گھمانے کے اثر کو بڑھاتا ہے۔

پچھلے صفحہ پر تصویر دیکھیے۔ جوکر کیا کر رہا ہے؟ وہ سلنڈر نما پائپ پر رکھے تختے پر اپنے آپ کو بیلنس کرنے کی کوشش کر رہا ہے۔ کیا آپ ایسا کر سکتے ہیں؟ ایک بچہ بتدریج اپنے آپ کو بیلنس کر کے کھڑا ہونا سیکھتا ہے۔ گاؤں میں خواتین اور بچے پانی کے برتن سروں پر رکھ کر چلتے ہیں۔ جیسا کہ شکل (4.2) میں دکھایا گیا ہے۔ تھوڑی سی محنت سے ہم کسی چھڑی کو اپنی انگلی کے سرے پر عموداً بیلنس کرنا سیکھ سکتے ہیں۔ بیلنس کی گئی اشیا ایکوی لبریم یعنی توازن میں ہوتی ہیں۔ اس یونٹ میں ہم متعدد دلچسپ تصورات کے بارے میں پڑھیں گے۔ مثلاً ٹارک، ایکوی لبریم وغیرہ اور ان کا روزمرہ زندگی میں اطلاق۔

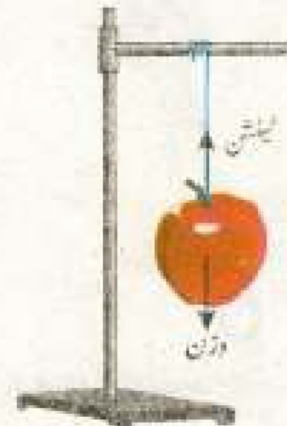
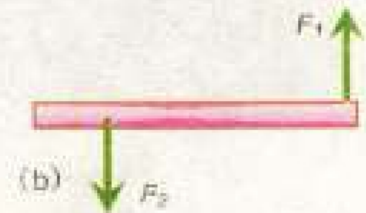
شکل 4.2: بچے سروں پر پانی کے برتن اٹھائے ہوئے۔

4.1 لائک اور اَن لائک پیرالل فورسز
(Like and Unlike Parallel Froces)

شکل 4.3: لائک پیرالل فورسز

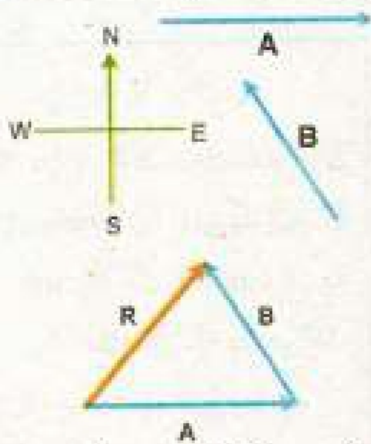
ہمارا اکثر ایسے اجسام سے واسطہ پڑتا ہے جن پر بہت سی فورسز عمل کر رہی ہوتی ہیں۔ اکثر کسی جسم پر عمل کرنے والی چند یا تمام فورسز ایک ہی سمت میں ہوتی ہیں۔ مثال کے طور پر، بہت سے لوگ بس کو سٹارٹ کرنے کے لیے دھکیلتے ہیں۔ تمام لوگ اسے ایک ہی سمت میں کیوں دھکیلتے ہیں؟ ایک ہی سمت میں عمل کرنے والی فورسز ایک دوسرے کے پیرالل ہوتی ہیں۔ ایسی تمام فورسز جو ایک دوسرے کے پیرالل ہوں، پیرالل فورسز کہلاتی ہیں۔

شکل (4.3) میں ایک بیگ دکھایا گیا ہے جس میں سیب موجود ہیں۔ بیگ کا وزن اس میں موجود سیبوں کے باعث ہے۔ چونکہ بیگ کے اندر موجود ہر سیب کا وزن وہ فورس آف گریویٹی ہے جو اس پر عموداً نیچے کی جانب عمل کرتی ہے۔ یہ تمام فورسز ایک ہی سمت میں عمل کر رہی ہیں۔ ایسی فورسز کو لائک پیرالل فورسز کہتے ہیں۔

> لائک پیرالل فورسز وہ فورسز ہیں جو ایک دوسرے کے پیرالل اور ایک ہی سمت میں عمل کرتی ہیں۔

شکل 4.4: اَن لائک پیرالل فورسز
(a) ایک ہی لائن میں
(b) اگر ایک لائن میں نہ ہوں تو جسم کو گھما سکتی ہیں۔

شکل (4.4a) میں ایک سیب کو ڈوری سے لٹکایا گیا ہے۔ ڈوری سیب کے وزن کی وجہ سے ٹینشن میں ہے۔ اس پر عمل کرنے والی فورسز میں سیب کے نیچے کی جانب عموداً عمل کرنے والی فورس اس کا وزن ہے اور ڈوری کو اوپر کی طرف کھینچنے والی فورس ٹینشن ہے۔ یہ دونوں فورسز پیرالل لیکن ایک دوسرے کے مخالف سمت میں ہیں۔ ان فورسز کو اَن لائک پیرالل فورسز کہتے ہیں۔ شکل (4.4b) میں فورسز F_1 اور F_2 اَن لائک پیرالل فورسز ہیں کیونکہ یہ ایک دوسرے کے پیرالل مگر مخالف سمت میں عمل کر رہی ہیں۔ لیکن F_1 اور F_2 ایک ہی لائن میں عمل نہیں کر رہی ہیں اس لیے وہ جسم کو گھمانے کے قابل ہیں۔

> اَن لائک پیرالل فورسز وہ فورسز ہیں جو ایک دوسرے کے پیرالل لیکن مخالف سمت میں عمل کرتی ہیں۔

4.2 ریزلٹنٹ آف فورسز (Resultant of Forces)

شکل 4.5: ویکٹرز کی جمع کا ہیڈ ٹو ٹیل رول

فورس ایک ویکٹر مقدار ہے۔ اس کی مقدار اور سمت دونوں ہوتی ہیں۔ اس لیے فورسز کو عام حسابی قوانین سے جمع نہیں کیا جا سکتا۔ فورسز کو جمع کرنے پر ایک سنگل فورس حاصل ہوتی ہے، جسے ریزلٹنٹ فورس کہتے ہیں۔ ریزلٹنٹ فورس ایک ایسی سنگل فورس ہے جو انہیں اثرات کی حامل ہوتی ہے جن کی جمع کی جانے والی تمام فورسز مشترکہ طور پر حامل ہوتی ہیں۔

> فورسز کو جمع کرنے کا ایک طریقہ گراف کا طریقہ ہے۔ اس طریقہ میں فورسز کو ویکٹرز کے ہیڈ ٹو ٹیل رول سے جمع کیا جاتا ہے۔

> یاد رکھیے: ہیڈ ٹو ٹیل رول کسی بھی تعداد میں دی گئی فورسز کو جمع کرنے کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ریزلٹنٹ فورس کو ظاہر کرنے والا ویکٹر ریزلٹنٹ فورس کی مقدار اور سمت دونوں کو بیان کرتا ہے۔

ہیڈ ٹو ٹیل رول (Head to Tail Rule)

شکل (4.5) میں ویکٹرز کو جمع کرنے کا ایک گرافیکل طریقہ دکھایا گیا ہے۔ سب سے پہلے ایک مناسب سکیل منتخب کریں۔ پھر تمام دیے گئے ویکٹرز کو اس سکیل کے مطابق کھینچیں، جیسے کہ ویکٹرز **A** اور **B**۔

ان میں سے کسی ایک ویکٹر کو پہلا ویکٹر لیجیے۔ مثال کے طور پر ویکٹر **A** پہلا ویکٹر ہے۔ اب دوسرا ویکٹر **B** اس طرح کھینچیں کہ اس کی ٹیل پہلے ویکٹر **A** کے ہیڈ پر ہو۔ اس عمل کو جاری رکھیے۔ یہاں تک کہ تمام ویکٹرز ترتیب وار کھینچ لیے جائیں۔ اب ویکٹر **R** اس طرح کھینچیں کہ اس کی ٹیل پہلے ویکٹر کی ٹیل پر اور اس کا ہیڈ آخری ویکٹر کے ہیڈ پر ہو۔ شکل (4.5) میں پہلا ویکٹر **A** ہے اور آخری ویکٹر **B**۔

شکل 4.6: فورسز کو ہیڈ ٹو ٹیل رول سے جمع کرنا

اب ویکٹر **A** کی ٹیل کو ویکٹر **B** کے ہیڈ سے ملانے والی لائن کھینچیں۔ یہ لائن ویکٹر **R** کو ظاہر کرے گی۔ یہاں پر ویکٹر **R**، ویکٹرز **A** اور **B** دونوں کی ریزلٹنٹ فورس کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ فورس ویکٹر **A** اور ویکٹر **B** کی ویکٹر جمع کو مکمل طور پر مقدار اور سمت دونوں میں ظاہر کرتی ہے۔

مثال 4.1

دی گئی تین فورسز کا ریزلٹنٹ معلوم کیجیے۔ 12 نیوٹن فورس x-ایکسز کے ساتھ، 8 نیوٹن فورس x-ایکسز سے 45° کا زاویہ بناتے ہوئے۔ جبکہ 8 نیوٹن فورس y-ایکسز کی جانب۔

حل

یہاں

$F_1 = 12\ N$ (x-ایکسز کے ساتھ)

$F_2 = 8\ N$ (x-ایکسز کے ساتھ °45 کا زاویہ بناتے ہوئے)

$F_3 = 8\ N$ (y-ایکسز کی جانب)

سکیل: $1\ cm = 2\ N$

(i) دی گئی فورسز کو ویکٹرز F_1، F_2 اور F_3 سے منتخب سکیل کے مطابق ظاہر کیجیے۔

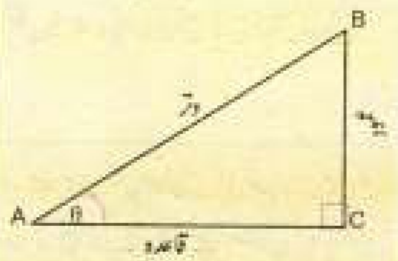
(ii) F_1، F_2 اور F_3 فورسز کو ترتیب دیں۔ فورس F_2 کی ٹیل فورس F_1 کے ہیڈ، پوائنٹ B پر ہو جیسا کہ شکل (4.6) میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح فورس F_3 کی ٹیل فورس F_2 کے ہیڈ، پوائنٹ C پر ہو۔

(iii) پوائنٹ A، فورس F_1 کی ٹیل کو پوائنٹ D، فورس F_3 کے ہیڈ سے ملائیں۔ فرض کیجیے AD فورس F کو ظاہر کرتا ہے۔ ہیڈ ٹو ٹیل رول کے مطابق فورس F ریزلٹنٹ فورس کو ظاہر کرتی ہے۔

(iv) AD کی پیمائش کیجیے اور اسے سکیل کے مطابق $2Ncm^{-1}$ سے ضرب دے کر ریزلٹنٹ فورس کی مقدار معلوم کریں۔

(v) پروٹریکٹر کی مدد سے زاویہ DAB کی پیمائش کریں جو F فورس x-ایکسز کے ساتھ بناتی ہے۔ یہ زاویہ ریزلٹنٹ فورس کی سمت بتاتا ہے۔

چند ٹریگنومیٹرک نسبتیں

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کے مابین نسبت کو خاص نام دیے گئے ہیں۔ مثلاً سائن (sine)، کوسائن (cosine) وغیرہ۔ فرض کریں مثلث CAB ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے جس کا پوائنٹ A پر بننے والا زاویہ θ ہے۔

$$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{BC}{AC}$$

4.3 ریزولیوشن آف فورسز (Resolution of Forces)

ویکٹرز کو ان کے کمپوننٹس میں تحلیل کرنے کے عمل کو ویکٹرز کی تحلیل یا ریزولیوشن کہتے ہیں۔ اگر کوئی ویکٹر دو ایک دوسرے پر عمودی کمپوننٹس سے لیا گیا ہو تو ایسے کمپوننٹس عمودی کمپوننٹس (perpendicular components) کہلاتے ہیں۔

کسی فورس کو اس کے عمودی کمپوننٹس میں تحلیل کرنا اس کی ریزولیوشن کہلاتا ہے۔

فرض کیجیے x-ایکسز کے ساتھ زاویہ θ بنانے والی لائن OA کسی فورس F کو ظاہر کرتی ہے۔ جیسا کہ شکل (4.7) میں دکھایا گیا ہے۔

پوائنٹ A سے x-ایکسز پر AB عمود کھینچیں۔ ہیڈ ٹو ٹیل رول کے مطابق OA ویکٹرز OB اور BA کا ریزلٹنٹ ہے۔

شکل 4.7: ریزولیوشن آف فورسز

پس $$OA = OB + BA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.1)$$

کمپونینٹ OB اور BA ایک دوسرے پر عمود ہیں۔ یہ OA کے عمودی کمپونینٹس کہلاتے ہیں۔ چونکہ OA ویکٹر F کو ظاہر کرتا ہے، اس لیے OB اس کے x- کمپونینٹ F_x کو ظاہر کرتا ہے اور BA اس کے y- کمپونینٹ F_y کو ظاہر کرتا ہے۔ اس لحاظ سے مساوات (4.1) کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

$$F = F_x + F_y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.2)$$

x اور y- کمپونینٹس کی مقداریں ٹریگنومیٹرک نسبتوں (trigonometric ratios) سے معلوم کی جا سکتی ہیں۔ قائمۃ الزاویہ مثلث OBA میں

$$\frac{F_x}{F} = \frac{OB}{OA} = \cos\theta$$

$$\therefore \quad F_x = F\cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.3)$$

اسی طرح $$\frac{F_y}{F} = \frac{BA}{OA} = \sin\theta$$

$$\therefore \quad F_y = F\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.4)$$

مساوات (4.3) اور (4.4) سے عمودی کمپونینٹس بالترتیب F_x اور F_y معلوم کیے جا سکتے ہیں۔

θ نسبت	0°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	0.5	0.707	0.866	1
cos θ	1	0.866	0.707	0.5	0
tan θ	0	0.577	1	1.732	∞

مثال 4.2

ایک شخص 200 N کی فورس سے جو اُفقی سڑک کے ساتھ 30° کا زاویہ بناتی ہے ایک ٹرالی کو کھینچ رہا ہے۔ اس فورس کے اُفقی اور عمودی کمپونینٹس معلوم کیجیے۔

حل

$F = 200\ N$

$\theta = 30°$ (x- ایکسز کے ساتھ)

$F_x = ?$

$F_y = ?$

چونکہ $F_x = F\cos\theta$

$F_x = 200 \times \cos 30°$

$= 200 \times 0.866 = 173.2\ N$

اسی طرح $F_y = F\sin\theta$

$F_y = 200 \times \sin 30°$

$= 200 \times 0.5 = 100\ N$

مختصر مشق

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کے قاعدہ کی لمبائی 4 cm اور عمود کی لمبائی 3 cm ہے۔ معلوم کیجیے۔

(i) وتر کی لمبائی

(ii) sin θ

(iii) cos θ

(iv) tan θ

پس کھینچنے والی فورس کے اُفقی اور عمودی کمپونینٹس بالترتیب 173.2N اور 100N ہیں۔

عمودی کمپونینٹس کی مدد سے فورس معلوم کرنا

(Determination of a Force from its Perpendicular Components)

چونکہ فورس کو دو عمودی کمپونینٹس میں تحلیل کیا جاسکتا ہے۔ اس کا الٹ عمودی کمپونینٹس سے فورس معلوم کرنا ہے۔

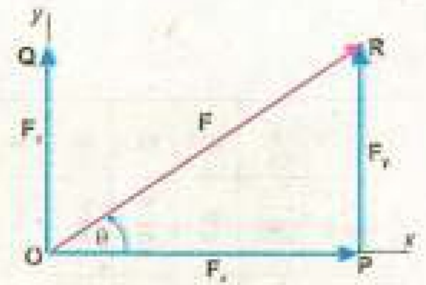
فرض کیجیے F_x اور F_y فورس F کے عمودی کمپونینٹس ہیں۔ انہیں شکل (4.8) میں بالترتیب OP اور PR لائنوں سے دکھایا گیا ہے۔ ہیڈ ٹو ٹیل رول کے مطابق :

$$\mathbf{OR} = \mathbf{OP} + \mathbf{PR}$$

شکل 4.8: عمودی کمپونینٹس کی مدد سے فورس معلوم کرنا۔

پس OR فورس F کو مکمل طور پر ظاہر کرے گا جس کے x اور y- کمپونینٹس بالترتیب F_x اور F_y ہیں۔ پس

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_x} + \mathbf{F_y}$$

فورس F کی مقدار اور سمت قائمۃ الزاویہ مثلث POR سے معلوم کی جاسکتی ہیں۔

چونکہ $(OR)^2 = (OP)^2 + (PR)^2$

اس لیے $F^2 = F_x^2 + F_y^2$

اور $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ …… …… …… (4.5)

x- ایکسز کے ساتھ فورس F کی سمت ہوگی:

$$\tan\theta = \frac{PR}{OP} = \frac{F_y}{F_x}$$

یا $\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$ …… …… …… …… (4.6)

4.4 ٹارک یا مومنٹ آف فورس

(Torque or Moment of a Force)

شکل 4.9: ہینڈل کو کھینچنے یا دھکیلنے سے دروازے کو کھولنا یا بند کرنا آسان ہے۔

ہم دروازے کو دھکیلنے یا کھینچنے سے کھولتے یا بند کرتے ہیں۔ ایسا ہم دروازے کو اس کے قبضے یا ایکسز آف روٹیشن کے گرد گھمانے کے لیے کرتے ہیں۔ دروازہ اس پر عمل کرنے والی فورس کے گردشی اثر کے باعث کھولا یا بند کیا جاتا ہے۔

رجڈ باڈی (Rigid Body)

کوئی بھی جسم بے شمار چھوٹے چھوٹے پارٹیکلز پر مشتمل ہوتا ہے۔ اگر اس جسم پر کسی فورس کے عمل کرنے سے اس کے پارٹیکلز کے مابین فاصلوں میں تبدیلی نہ آئے تو یہ ایک رجڈ باڈی کہلاتی ہے۔

دوسرے الفاظ میں ایک رجڈ باڈی ایک ایسا جسم ہے جو فورس یا فورسز کے زیر اثر اپنی شکل تبدیل نہیں کرتا۔

ایکسز آف روٹیشن (Axis of Rotation)

فرض کیجیے ایک رجڈ باڈی کسی خطِ مستقیم کے گرد گھوم رہی ہے۔ اس رجڈ باڈی کے پارٹیکلز ایسے دائروں میں گھومتے ہیں جن کے مراکز اس خطِ مستقیم پر واقع ہوتے ہیں۔ اس خطِ مستقیم کو اس جسم کا ایکسز آف روٹیشن کہتے ہیں۔

گردشی اثر پیدا کرنے والی فورسز بہت عام ہیں۔ پنسل تراش میں پنسل گھمانا، پانی کی ٹونٹی کے سٹاپ کاک کو گھمانا، وغیرہ چند ایک مثالیں ہیں جن میں فورس گردشی اثر پیدا کرتی ہے۔

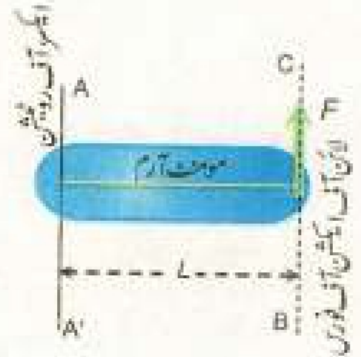
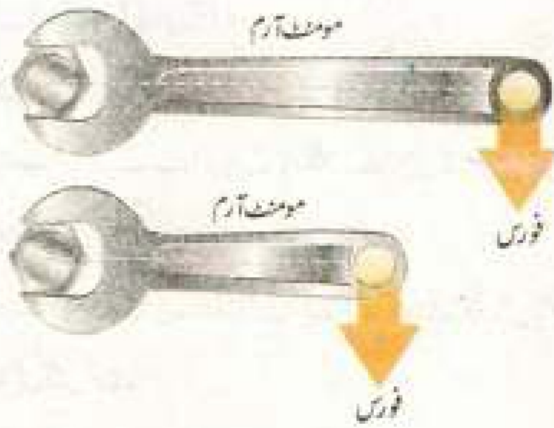
کوئیک کوئز (Quick Quiz)

چند مزید اجسام کے نام بتائیے جو فورس کے گردشی اثر کے باعث ورک کرتے ہیں۔

کسی فورس کے گردشی اثر کو ٹارک یا مومنٹ آف فورس کہتے ہیں۔

شکل 4.10: فورسز کا گردشی اثر

دروازے کا ہینڈل اس کے بیرونی کنارے پر کیوں لگایا جاتا ہے؟ ہم دروازے کے قبضے کی بجائے اس کے بیرونی کنارے پر فورس لگا کر دروازے کو آسانی سے کھول یا بند کر سکتے ہیں۔ پس کسی جسم کو گھمانے کے لیے فورس لگانے کا مقام بہت اہم ہوتا ہے۔

آئیے ہم مطالعہ کریں کہ ٹارک یا مومنٹ آف فورس کا انحصار کن چیزوں پر ہے۔ ایک میکینک نٹ کو کھولنے یا کسنے کے لیے سپینر استعمال کرتا ہے شکل (4.11)۔ لمبے ہینڈل کے سپینر سے نٹ کو کھولنا یا کسنا چھوٹے ہینڈل کے سپینر کی بہ نسبت زیادہ آسان ہے۔ اس کی وجہ دونوں صورتوں میں گردشی اثرات کا مختلف ہونا

شکل 4.11: ایک لمبے بازووں کے سپینر سے نٹ کو کھولنا نسبتاً آسان ہے چھوٹے بازووں والے سپینر کی بہ نسبت۔

شکل 4.12: مومنٹ آف فورس پر اثر انداز ہونے والے عوامل۔

ہے۔ ایک ہی جیسی فورس سے لمبے ہینڈل والا سپینر چھوٹے ہینڈل والے سپینر کی بہ نسبت زیادہ ٹارک پیدا کرتا ہے۔

لائن آف ایکشن آف فورس (Line of Action of a Force)

وہ خط (لائن) جس کی سمت میں کوئی فورس عمل کرتی ہے، فورس کی لائن آف ایکشن کہلاتی ہے۔ شکل (4.12) میں لائن BC فورس F کی لائن آف ایکشن ہے۔

مومنٹ آرم (Moment Arm)

ایکسز آف روٹیشن سے فورس کی لائن آف ایکشن تک کا عمودی فاصلہ فورس کا مومنٹ آرم کہلاتا ہے۔ اسے شکل (4.12) میں L سے ظاہر کیا گیا ہے۔

کسی فورس کے ٹارک یا مومنٹ آف فورس کا انحصار فورس F اور مومنٹ آرم L پر ہوتا ہے۔ فورس جتنی زیادہ ہوگی اتنا ہی مومنٹ آف فورس زیادہ ہوگا۔ اسی طرح سے مومنٹ آرم جتنا لمبا ہوگا اتنا ہی فورس کا مومنٹ زیادہ ہوگا۔ پس مومنٹ آف فورس یا ٹارک τ فورس F اور مومنٹ آرم L کے حاصل ضرب سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

150 نیوٹن کی فورس 10 سینٹی میٹر لمبے سپینر کے سرے پر لگائے جانے سے نٹ کو ڈھیلا کر دیتی ہے۔

1. اسی نٹ کو 60 نیوٹن کی فورس سے کھولنے کے لیے سپینر کی لمبائی کتنی ہونی چاہیے؟
2. 6 سینٹی میٹر لمبے سپینر سے اسی نٹ کو کھولنے کے لیے کتنی فورس درکار ہوگی؟

$$\text{ٹارک} \quad \tau = F \times L \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (4.7)$$

ٹارک کا SI یونٹ نیوٹن میٹر (Nm) ہے۔ ایک نیوٹن فورس ایک نیوٹن میٹر ٹارک اس وقت پیدا کرتی ہے جب مومنٹ آرم کی لمبائی ایک میٹر ہو۔

مثال 4.3

ایک میکینک N 200 کی فورس لگا کر cm 15 لمبے سپینر کی مدد سے بائیسکل کا نٹ کستا ہے۔ نٹ کو کسنے والا ٹارک معلوم کیجیے۔

حل

$F = 200\ N$

$L = 15\ cm = 0.15\ m$

$\tau = F \times L$ ٹارک کی مساوات کی مدد سے

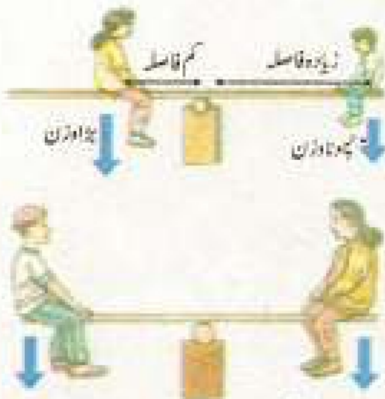
$= 200\ N \times 0.15\ m$

$= 30\ Nm$

پس نٹ کو کسنے کے لیے Nm 30 کا ٹارک درکار ہوگا۔

شکل 4.13 (a) کسنے کے لیے نٹ کو کلاک وائز سمت میں گھمایا جاتا ہے۔
(b) کھولنے یا ڈھیلا کرنے کے لیے نٹ کو اینٹی کلاک وائز سمت میں گھمایا جاتا ہے۔

4.5 مومنٹس کا اصول (Principle of Moments)

وہ فورس جو سپینر کو کلاک وائز سمت میں گھماتی ہے عموماً نٹ کو کسنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔ اس طرح سے پیدا کیا جانے والا مومنٹ آف فورس یا ٹارک کلاک وائز مومنٹ (clockwise moment) کہلاتا ہے (شکل 4.13a)۔ دوسری صورت میں نٹ کو ڈھیلا کرنے کے لیے فورس اس طرح لگائی جاتی ہے جو نٹ کو اینٹی کلاک وائز سمت میں گھماتی ہے (شکل 4.13b)۔ اس طرح پیدا ہونے والا مومنٹ آف فورس یا ٹارک اینٹی کلاک وائز مومنٹ (anticlockwise moment) کہلاتا ہے۔

شکل 4.14: سی سا پر بچے

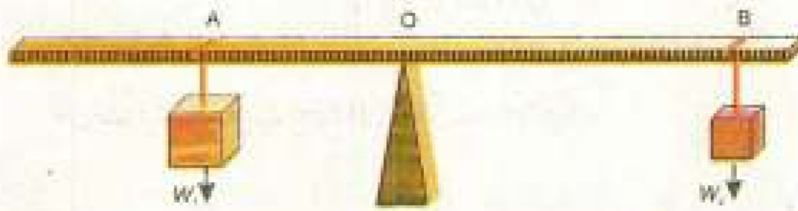
کوئیک کوئز (Quick Quiz)

1. کیا ایک ننھا بچہ ایک موٹے بچے کے ساتھ سی سا جھول سکتا ہے؟ وضاحت کریں۔
2. دو بچے سی سا میں ایسے بیٹھے ہیں کہ سی سا معلق ہے۔ ایسی صورت میں ریزلٹنٹ ٹارک کتنا ہے؟

اگر کسی ساکن جسم پر عمل کرنے والے تمام کلاک وائز مومنٹس کا ریزلٹنٹ تمام اینٹی کلاک وائز مومنٹس کے ریزلٹنٹ کے برابر ہو تو وہ جسم نہیں گھومتا۔ یہ مومنٹس کا اصول کہلاتا ہے۔ اس اصول کے مطابق:

> ایک جسم ایکوی لبریم میں ہوتا ہے اگر اس پر عمل کرنے والے تمام کلاک وائز مومنٹس کا ریزلٹنٹ تمام اینٹی کلاک وائز مومنٹس کے ریزلٹنٹ کے مساوی ہو۔

مثال 4.4

ایک میٹر راڈ درمیانی پوائنٹ O پر ایکوی لبریم میں ہے۔ جیسا کہ شکل (4.15) میں دکھایا گیا ہے۔ 10 N کا ایک بلاک پوائنٹ O سے 40 cm کے فاصلہ پر پوائنٹ B سے لٹکایا گیا ہے۔ اس بلاک کا وزن معلوم کیجیے جو پوائنٹ O سے 25 cm کے فاصلہ پر پوائنٹ A پر لٹکانے سے اسے متوازن کرتا ہے۔

شکل 4.15: فانے پر متوازن حالت میں پڑا ہوا میٹر راڈ۔

حل

پوائنٹ A پر لٹکائے گئے بلاک کا وزن $w_1 = ?$

پوائنٹ B پر لٹکائے گئے بلاک کا وزن $w_2 = 10\ N$

w_1 کا مومنٹ آرم $= OA = 25\ cm = 0.25\ m$

w_2 کا مومنٹ آرم $= OB = 40\ cm = 0.40\ m$

مومنٹس کے اصول کے مطابق:

اینٹی کلاک وائز مومنٹس = کلاک وائز مومنٹس

w_1 کا اینٹی کلاک وائز مومنٹ = w_2 کا کلاک وائز مومنٹ

پس $w_1 \times w_1$ کا مومنٹ آرم = $w_2 \times w_2$ کا مومنٹ آرم

یعنی $w_1 \times OA = w_2 \times OB$

اور $w_1 \times 0.25\ m = 10\ N \times 0.4\ m$

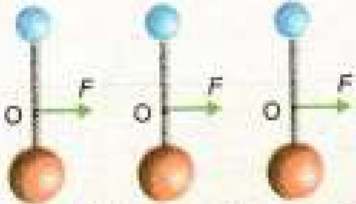
اس طرح
$$w_1 = \frac{10\ N \times 0.4\ m}{0.25\ m}$$
$$= 16\ N$$

پس پوائنٹ A پر لٹکائے جانے والے بلاک کا وزن 16 N ہے۔

4.6 سنٹر آف ماس (Centre of Mass)

یہ بات مشاہدہ میں آئی ہے کہ کسی بھی سسٹم کا سنٹر آف ماس اس طرح حرکت کرتا ہے جیسے کہ اس کا تمام ماس اس سنگل پوائنٹ میں سما گیا ہو۔ کسی جسم کے اس مقام پر عمل کرنے والی فورس اس میں ٹارک پیدا کرنے سے قاصر ہوتی ہے۔ یعنی جسم بغیر گردش کیے ریزلٹنٹ فورس کی سمت میں حرکت کرتا ہے۔

فرض کیجیے ایک سسٹم کسی ہلکے رجڈ راڈ سے منسلک دو اجسام A اور B پر مشتمل ہے جیسا کہ شکل (4.16) میں دکھایا گیا ہے۔ فرض کیجیے A اور B اجسام کے مابین O ایک ایسا پوائنٹ ہے جہاں لگائی جانے والی کسی بھی فورس F کے زیر اثر جسم گھومے بغیر حرکت کرتا ہے۔ ایسی صورت میں پوائنٹ O سسٹم کا سنٹر آف ماس ہے (شکل 4.17)۔

شکل 4.16: دو غیر مساوی ماسز کا سنٹر آف ماس

شکل 4.17: سنٹر آف ماس پر لگائی گئی فورس بغیر گھمائے سسٹم کو حرکت میں لاتی ہے۔

کیا یہ سسٹم کسی اور جگہ فورس لگانے پر بھی بغیر گھومے حرکت کرتا ہے؟

(i) آیئے ہلکے جسم کے قریب جیسا کہ شکل (4.18) میں دکھایا گیا ہے، فورس لگاتے ہیں۔ سسٹم گھومتے ہوئے حرکت کرتا ہے۔

شکل 4.18: لگائی گئی فورس سسٹم میں سنٹر آف ماس سے باہر ہونے کی صورت میں سسٹم کو گھماتے ہوئے حرکت میں لاتی ہے۔

(ii) آیئے بھاری جسم کے قریب جیسا کہ شکل (4.19) میں دکھایا گیا ہے، فورس لگاتے ہیں۔ اس صورت میں بھی سسٹم گھومتے ہوئے حرکت کرتا ہے۔

شکل 4.19: لگائی گئی فورس سسٹم کے سنٹر آف ماس سے باہر ہونے کی صورت میں سسٹم کو گھماتے ہوئے حرکت میں لاتی ہے۔

> کسی جسم کا سنٹر آف ماس ایک ایسا پوائنٹ ہوتا ہے جہاں پر لگائی گئی فورس سسٹم کو بغیر گھمائے حرکت دیتی ہے۔

سنٹر آف گریویٹی (Centre of Gravity)

ایک جسم بے شمار پارٹیکلز سے مل کر بنتا ہے جیسا کہ شکل (4.20) میں دکھایا گیا ہے۔ زمین ان تمام پارٹیکلز کو عموداً نیچے اپنے مرکز کی جانب کھینچتی ہے۔ کسی بھی پارٹیکل پر عمل کرنے والی زمین کی کھینچنے کی فورس اس کے وزن کے مساوی ہوتی ہے۔ کسی جسم کے پارٹیکلز پر عمل کرنے والی یہ فورسز پیرالل ہوتی ہیں۔ ان تمام فورسز کا ریزلٹنٹ ایک ایسی سنگل فورس ہوتی ہے جو اس جسم کے وزن کے مساوی ہوتی ہے۔ وہ پوائنٹ جہاں پر یہ ریزلٹنٹ فورس عموداً نیچے زمین کے مرکز کی جانب عمل کرتی ہے اس جسم کا سنٹر آف گریویٹی G کہلاتا ہے۔

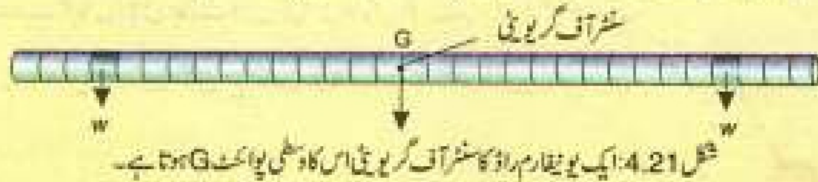
شکل 4.20: کسی جسم کا سنٹر آف گریویٹی ایک ایسا پوائنٹ ہوتا ہے جہاں اس کا تمام وزن عموداً نیچے کی جانب عمل کرتا ہوا محسوس ہوتا ہے۔

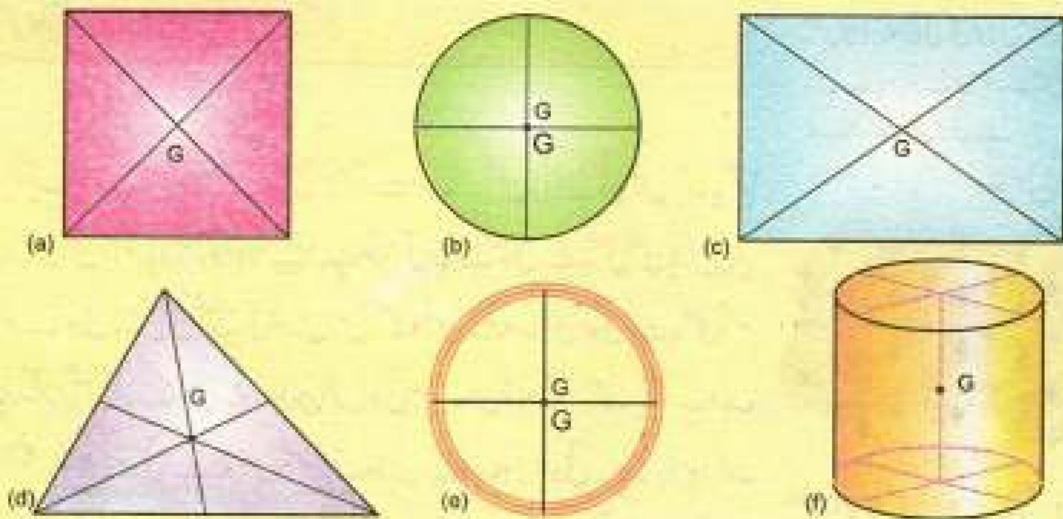
کسی جسم کا سنٹر آف گریویٹی وہ پوائنٹ ہے جہاں اس کا تمام وزن عموداً نیچے کی جانب عمل کرتا ہوا محسوس ہوتا ہے۔

ایکوی لبریم کے مشقی سوالات حل کرنے کے لیے کسی جسم کے سنٹر آف گریویٹی کے مقام کا جاننا ضروری ہوتا ہے۔

چند با قاعدہ شکل کے اجسام کا سنٹر آف گریویٹی

با قاعدہ اشکال کے اجسام کے سنٹر آف گریویٹی ان کی جیومیٹری سے معلوم کیے جا سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک یونیفارم راڈ کا سنٹر آف گریویٹی وہ مقام ہے جہاں یہ ایکوی لبریم میں ہوتا ہے۔ یہ پوائنٹ اس کا وسطی پوائنٹ G ہے۔ جیسا کہ شکل (4.21) میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 4.21: ایک یونیفارم راڈ کا سنٹر آف گریویٹی اس کا وسطی پوائنٹ G ہوتا ہے۔

کسی یونیفارم مربع یا مستطیل شیٹ کا سنٹر آف گریویٹی ان کے وتروں (diagonals) کو کاٹنے والا پوائنٹ G ہے۔ جیسا کہ شکل (4.22a,c) میں دکھایا گیا ہے۔ ایک گول پلیٹ کا سنٹر آف گریویٹی اس کا مرکز ہے۔ جیسا کہ شکل (4.22b) میں دکھایا گیا ہے۔ اسی طرح ایک ٹھوس یا کھلے گولے کا سنٹر آف گریویٹی اس کا مرکز ہوتا ہے۔ جیسا کہ شکل (4.22b) میں دکھایا گیا ہے۔

ایک مثلث شیٹ کا سنٹر آف گریویٹی اس کے میڈینز (وسطانیوں) کا وہ پوائنٹ ہے جہاں وہ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں جیسا کہ شکل (4.22d) میں دکھایا گیا ہے۔ کسی یونیفارم گول چھلے (ring) کا سنٹر آف گریویٹی اس کا مرکز ہوتا ہے جیسا کہ شکل (4.22e) میں دکھایا گیا ہے۔ کسی یونیفارم ٹھوس یا کھلے سلنڈر کا سنٹر آف گریویٹی اس کے ایکسز کا درمیانی پوائنٹ ہوتا ہے جیسا کہ شکل (4.22f) میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 4.22: چند با قاعدہ اجسام کا سنٹر آف گریویٹی

ایک بے قاعدہ شکل کے پتلے پرت کا سنٹر آف گریویٹی
(Centre of Gravity of an Irregular Shaped Thin Lamina)

کسی جسم کے سنٹر آف گریویٹی کو معلوم کرنے کا ایک آسان طریقہ پلمب لائن (plumbline) کی مدد سے ممکن ہے۔ پلمب لائن ایک چھوٹے سے دھاتی گولے (پنڈل) پر مشتمل ہوتا ہے جسے ایک ڈوری سے لٹکایا جاتا ہے۔ جب پلمب لائن کو آزادانہ لٹکایا جاتا ہے تو یہ اپنے وزن کے باعث جو کہ عموداً نیچے کی جانب عمل کرتا ہے عمودی سمت میں ٹھہر جاتا ہے۔ جیسا کہ شکل (4.23a) میں دکھایا گیا ہے۔ اس صورت میں گولے کا سنٹر آف گریویٹی لٹکائے جانے والے پوائنٹ کے بالکل نیچے ہوگا۔

شکل 4.23 (a) پلمب لائن (b) پلمب لائن سے کارڈ بورڈ کے ٹکڑے کا سنٹر آف گریویٹی معلوم کرنا۔

تجربہ (Experiment)

ایک بے قاعدہ شکل کے کارڈ بورڈ کا ٹکڑا لیں۔ اس کے کناروں کے قریب پوائنٹ A، B اور C پر سوراخ کریں۔ دیوار میں ایک کیل گاڑیے۔ کارڈ بورڈ کو کسی ایک سوراخ A سے کیل پر اس طرح لٹکائیے کہ کارڈ بورڈ A کے گرد آزادانہ گھوم سکے۔ ساکن حالت میں کارڈ بورڈ کا سنٹر آف گریویٹی کیل کے عموداً بالکل نیچے ہوگا۔ پلمب لائن کی مدد سے کیل سے عموداً نیچے لائن کھینچیں۔ اب کارڈ بورڈ کو B پر لٹکا کر اوپر والا عمل دہرائیے۔ پوائنٹ B سے کھینچی جانے والی لائن پہلی لائن کو پوائنٹ G پر قطع کرے گی۔ اسی طرح سے پوائنٹ C پر کیے گئے سوراخ سے بھی کارڈ بورڈ کو لٹکا کر عمودی لائن کھینچیں۔ یہ لائن بھی پوائنٹ G سے گزرے گی۔ یعنی پوائنٹ G ان تمام سوراخوں A، B اور C سے کھینچی جانے والی عمودی لائنوں پر مشترک ہے۔ پس یہ مشترک پوائنٹ G، کارڈ بورڈ کا سنٹر آف گریویٹی ہے۔

شکل 4.24: کپل کی مدد سے سٹیرنگ وہیل کو گھمانا آسان ہے۔

4.7 کپل (Couple)

جب ڈرائیور گاڑی موڑتا ہے تو وہ سٹیرنگ وہیل پر دونوں ہاتھوں سے فورسز لگاتا ہے جو ٹارک پیدا کرتی ہیں۔ یہ ٹارک سٹیرنگ وہیل کو گھماتا ہے۔ یہ فورسز جو سٹیرنگ وہیل پر مخالف سمت میں عمل کرتی ہیں مقدار میں مساوی لیکن سمت میں مخالف ہوتی ہیں (شکل 4.24)۔ یہ دونوں فورسز کپل پیدا کرتی ہیں۔

شکل 4.25: ڈبل آرم سپینر

دو ایسی اَن لائک پیرالل فورسز جو مقدار میں مساوی لیکن ایک لائن میں نہ ہوں کپل پیدا کرتی ہیں۔

ایک ڈبل آرم سپینر نٹ کو کھولنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ دو مساوی فورسز جن میں ہر ایک کی مقدار F ہے سپینر کے A اور B سروں پر مخالف سمت میں عمل کر رہی ہیں۔ جیسا کہ شکل (4.25) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ فورسز کپل پیدا کرتی ہیں جو سپینر کو پوائنٹ O کے گرد گھماتی ہیں۔ کپل کی دونوں فورسز سے پیدا ہونے والے ٹارکس ایک ہی سمت میں ہیں۔ پس کپل سے پیدا ہونے والا کل ٹارک ہوگا:

کپل کا کل ٹارک $= F \times OA + F \times OB$

$= F(OA + OB)$

پس کپل کا کل ٹارک $= F \times AB \quad \dots \dots \dots \quad (4.8)$

مساوات (4.8) سے کسی کپل کی فورسز F اور F سے پیدا ہونے والا ٹارک معلوم کیا جا سکتا ہے جن کا درمیانی فاصلہ AB ہو۔ کسی کپل کا ٹارک کپل کی دونوں فورسز میں سے کسی ایک فورس اور ان کے درمیان عمودی فاصلہ کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

ایک سائیکلسٹ بائیسکل کے پیڈلز کو دھکیلتا ہے۔ اس طرح پیڈلز پر ایک کپل عمل کرتا ہے جو دندانے دار وہیل کو گھماتا ہے۔ یہ ایک چین سے منسلک بائیسکل کے پچھلے پہیے کو گھماتا ہے۔

4.8 ایکوی لبریم (Equilibrium)

نیوٹن کے پہلے قانون کے مطابق کوئی بھی جسم اپنی ریسٹ کی حالت یا خطِ مستقیم (straight line) میں یونیفارم موشن جاری رکھتا ہے جب تک اس پر کوئی ریزلٹنٹ فورس عمل نہ کرے۔ مثال کے طور پر میز پر پڑی ہوئی کتاب یا دیوار پر لٹکا ہوا فریم ریسٹ میں ہیں۔ کتاب کا نیچے کی جانب عمل کرنے والا وزن میز کے اوپر کی جانب کتاب پر کیے جانے والے ردِّعمل کے برابر ہوتا ہے۔ شکل (4.26) میں رسیوں سے لٹکائی گئی لکڑی کی گیلی (log) کا وزن w ہے۔ یہاں وزن w گیلی کو اوپر کھینچنے والی فورسز F_1 اور F_2 سے بیلنس ہو رہا ہے۔ ایسے اجسام پر جو ریسٹ میں ہوتے ہیں یا یونیفارم ولاسٹی سے حرکت کر رہے ہوتے ہیں ان پر عمل کرنے والی ریزلٹنٹ فورس صفر ہوتی ہے۔ ایک ہموار سڑک پر یونیفارم ولاسٹی سے چلتی ہوئی کار

شکل 2.26: گیلی پر عمل پیرا اوپر کی سمت والی فورسز F_1 اور F_2 اور نیچے کی جانب وزن w ایکوی لبریم میں ہیں۔

اور ہوا میں یونیفارم ولاسٹی سے اڑتا ہوا ہوائی جہاز ایکوی لبریم کی مثالیں ہیں۔

ایک جسم ایکوی لبریم کی حالت میں ہوتا ہے اگر اس پر کوئی نیٹ فورس عمل نہ کرے۔

پس کوئی بھی جسم ایکوی لبریم میں ہوتا ہے اگر وہ ریسٹ میں ہو یا یونیفارم ولاسٹی سے حرکت کر رہا ہو۔

شکل 4.27: دیوار پر لٹکا ہوا فریم ایکوی لبریم میں ہے۔

ایکوی لبریم کی شرائط (Conditions for Equilibrium)

اوپر دی گئی مثالوں میں ہم دیکھتے ہیں کہ ریسٹ میں پڑا ہوا یا یونیفارم ولاسٹی سے حرکت کرتا ہوا جسم ایکوی لبریم میں ہوتا ہے، اگر اس پر عمل کرنے والی ریزلٹنٹ فورس صفر ہو۔ کسی جسم کو ایکوی لبریم میں ہونے کے لیے کچھ شرائط پوری کرنا ہوتی ہیں۔ کسی جسم کے ایکوی لبریم میں ہونے کی دو شرائط ہیں۔

ایکوی لبریم کی پہلی شرط (First Condition for Equilibrium)

ہر وہ جسم ایکوی لبریم کی پہلی شرط پر پورا اترتا ہے اگر اس پر عمل کرنے والی تمام فورسز کا ریزلٹنٹ صفر ہو۔ فرض کریں کسی جسم پر $F_1, F_2, F_3, ..., F_n$ فورسز عمل کر رہی ہیں۔ اس طرح

$$F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n = 0$$

اور

$$\Sigma F = 0 \quad ...\ ...\ ...\ (4.9)$$

شکل 4.28: ایک چھاتہ بردار یونیفارم ولاسٹی سے نیچے اترتا ہے۔ اس لیے وہ ایکوی لبریم میں ہے۔

علامت Σ یونانی حرف ہے، اسے سگما (sigma) کہتے ہیں اور یہ مجموعہ کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ مساوات (4.9) ایکوی لبریم کی پہلی شرط کہلاتی ہیں۔

ایکوی لبریم کی پہلی شرط کو جسم پر عمل کرنے والی فورسز کے x اور y- کمپوننٹس میں اس طرح بیان کیا جا سکتا ہے۔

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + ... + F_{nx} = 0$$

اور

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + ... + F_{ny} = 0$$

یا

$$\Sigma F_x = 0 \quad ...\ ...\ ...\ (4.10)$$

اور

$$\Sigma F_y = 0 \quad ...\ ...\ ...\ (4.11)$$

میز پر پڑی ہوئی کتاب اور دیوار پر لٹکا ہوا فریم ریسٹ میں ہیں۔ اس لیے ایکوی لبریم کی پہلی شرط پوری کر رہے ہیں۔ ایک چھاتہ بردار (paratrooper) بھی ایکوی لبریم کی پہلی شرط پوری کرتا ہے چونکہ وہ یونیفارم ولاسٹی سے نیچے آتا ہے۔ اس لیے وہ ایکوی لبریم میں ہے۔

مثال 4.5

شکل 4.29

ایک بلاک جس کا وزن 10 N ہے ایک ڈوری کے ساتھ لٹک رہا ہے۔ جیسا کہ شکل (4.29) میں دکھایا گیا ہے۔ڈوری میں موجود ٹینشن معلوم کیجیے۔

حل

بلاک کا وزن $w = 10N$

ڈوری میں ٹینشن $T = ?$

چونکہ بلاک ریسٹ میں ہے اس لیے ایکوی لبریم کی پہلی شرط کے مطابق

$$\Sigma F_x = 0$$

x- ایکسز کی سمت میں کوئی فورس عمل نہیں کرتی جبکہ y- ایکسز کی سمت میں عمل کرنے والی فورسز T اور w ہیں۔ پس

$$\Sigma F_y = 0$$

یا $T - w = 0$

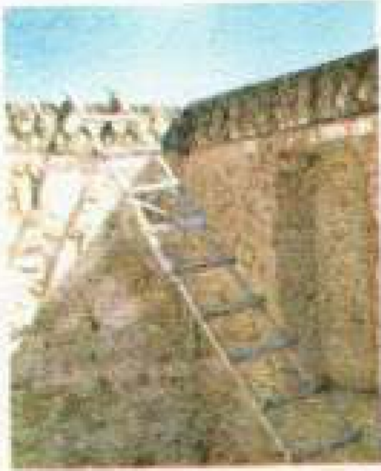
یا $T = w$

یا $T = 10\ N$

پس دوڑی میں ٹینشن کی مقدار 10 N ہے۔

ایکوی لبریم کی دوسری شرط
(Second Condition for Equilibrium)

شکل 4.30 (a) دو مساوی اور مخالف فورسز جو ایک ہی لائن میں ہیں (b) دو مساوی لیکن مخالف فورسز جو ایک لائن میں نہیں ہیں۔

ایکوی لبریم کی پہلی شرط کسی جسم کا ایکوی لبریم میں ہونا یقینی نہیں بناتی۔جیسا کہ نیچے دی گئی مثال سے واضح ہوتا ہے۔فرض کیجیے کسی جسم کو دو فورسز F_1 اور F_2 کھینچ رہی ہیں۔جیسا کہ شکل (4.30a) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دونوں فورسز مساوی لیکن ایک دوسرے کی مخالف سمت میں ہیں۔دونوں ایک ہی لائن میں عمل کر رہی ہیں اس

شکل 4.31: دیوار کی جانب جھکی ہوئی سیڑھی

لیے ان کا ریزلٹنٹ صفر ہے۔ پہلی شرط کے مطابق جسم ایکوی لبریم میں ہے۔ اب فورسز کی جگہ تبدیل کر دیجیے۔ جیسا کہ شکل (4.30b) میں دکھایا گیا ہے۔ اس صورت میں جسم ایکوی لبریم میں نہیں ہے اگرچہ ایکوی لبریم کی پہلی شرط اب بھی پوری ہو رہی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ اس صورت میں جسم گھومنے پر مائل ہے۔ یہ صورتحال ایکوی لبریم کی پہلی شرط کے ساتھ کسی اور شرط کا تقاضا کرتی ہے۔ یہ ایکوی لبریم کی دوسری شرط کہلاتی ہے۔ اس کے مطابق کوئی بھی جسم ایکوی لبریم کی دوسری شرط پوری کرتا ہے اگر اس پر عمل کرنے والا ریزلٹنٹ ٹارک صفر ہو۔ یعنی

$$\sum \tau = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.12)$$

شکل 4.32: یونیفارم سپیڈ سے گھومتا ہوا پنکھا ایکوی لبریم میں ہے۔ کیونکہ اس پر عمل کرنے والا نیٹ ٹارک صفر ہے۔

کوئیک کوئز (Quick Quiz)

1. شکل (4.31) دکھائی گئی دیوار سے لگی سیڑھی ایکوی لبریم میں ہے۔ کیسے؟
2. سیڑھی کا وزن اینٹی کلاک وائز ٹارک پیدا کرتا ہے۔ دیوار سیڑھی کے اوپر والے سرے کو دھکیلتی ہے اور اس طرح کلاک وائز ٹارک پیدا کرتی ہے۔ کیا سیڑھی ایکوی لبریم کی دوسری شرط کو پورا کرتی ہے؟
3. کیا چھت کے پنکھے کی سپیڈ بڑھتی چلی جاتی ہے؟
4. کیا یہ ایکوی لبریم کی دوسری شرط پر پورا اترتا ہے؟

مثال 4.6

ایک یونیفارم سلاخ جس کی لمبائی 1.5 m ہے ایک کنارے سے 0.5 m کے مقام پر فانے پر رکھی ہوئی ہے۔ اسے اُفقی حالت میں رکھنے کے لیے اس کے ایک سرے پر 100 N کی فورس لگائی گئی ہے۔ سلاخ کا وزن اور فانے کا اس پر ردِ عمل معلوم کیجیے۔

فانہ پر ایکوی لبریم میں پڑی سلاخ

حل

$$F = 100\ N$$
$$OA = 0.5\ m$$
$$AG = BG = 0.75\ m$$
$$OG = AG - AO = 0.75\ m - 0.5\ m = 0.25\ m$$
$$w = ?$$
$$R = ?$$

ایکوی لبریم کی دوسری شرط کا اطلاق کرتے ہوئے O کے گرد ٹارک معلوم کرتے ہیں۔

$$\sum \tau = 0$$
$$F \times AO + R \times 0 - w \times OG = 0$$
$$100\ N \times 0.5\ m - w \times 0.25\ m = 0$$
$$w \times 0.25\ m = 100\ N \times 0.5\ m$$
$$w = \frac{100\ N \times 0.5\ m}{0.25\ m}$$
$$w = 200\ N$$

ایکوی لبریم کی پہلی شرط کا اطلاق کرتے ہوئے

$$\sum F_y = 0$$

یا $R - F - w = 0$

$$R - 100\ N - 200\ N = 0$$

یا $R = 300\ N$

پس سلاخ کا وزن 200 N اور فانے کا ردِ عمل 300 N ہے۔

ایکوی لبریم کی حالتیں (States of Equilibrium)

ایکوی لبریم کی تین حالتیں ہیں:

(i) قیام پذیر ایکوی لبریم

(ii) غیر قیام پذیر ایکوی لبریم

(iii) نیوٹرل ایکوی لبریم

قیام پذیرا یکوی لبریم (Stable Equilibrium)

شکل 4.33: قیام پذیرا یکوی لبریم (a) میز پر پڑی ہوئی کتاب (b) جب کتاب کے سرے کو تھوڑا سا اٹھا کر چھوڑا جائے تو وہ اپنی پہلی حالت میں واپس آجاتی ہے۔

کیا آپ گرے بغیر ایسا کر سکتے ہیں؟

فرض کیجیے میز پر ایک کتاب پڑی ہوئی ہے۔ اس کے کسی کنارے کو تھوڑا سا اوپر اٹھائیں جیسا کہ شکل (4.33) میں دکھایا گیا ہے۔ جیسے ہی اسے چھوڑا جائے گا یہ پہلی حالت میں واپس آجائے گی۔ کسی جسم کی ایسی حالت کو قیام پذیرا یکوی لبریم کہتے ہیں۔

کوئی بھی جسم قیام پذیرا یکوی لبریم میں کہلاتا ہے اگر اسے تھوڑا سا اٹھا کر چھوڑ دیا جائے اور وہ اپنی پہلی حالت میں واپس آجائے۔

جب کوئی جسم قیام پذیرا یکوی لبریم میں ہوتا ہے تو اس کا سنٹر آف گریویٹی پست ترین مقام پر ہوتا ہے۔ اوپر اٹھانے پر اس کا سنٹر آف گریویٹی بلند ہو جاتا ہے۔ اپنے سنٹر آف گریویٹی کو نیچے لاتے ہوئے یہ قیام پذیرا یکوی لبریم کی حالت میں واپس آتا ہے۔ کوئی بھی جسم اس وقت تک قیام پذیرا یکوی لبریم میں رہتا ہے جب تک اس کا سنٹر آف گریویٹی اس کی بنیاد (base) کے اندر رہتا ہے۔

گاڑیاں نیچے سے بھاری رکھی جاتی ہیں۔ اس طرح ان کا سنٹر آف گریویٹی نیچے آجاتا ہے اور گاڑی کے توازن کو بڑھاتا ہے۔

شکل (4.34) میں دکھائے گئے ایک بلاک کے متعلق سوچیے۔ بلاک کے ایک کنارے کو تھوڑا سا اوپر اٹھانے سے اس کا سنٹر آف گریویٹی G بلند ہو جاتا ہے۔ اگر G سے گزرنے والی عمودی لائن اس اوپر اٹھائی گئی حالت میں اس کی بنیاد (base) کے اندر رہتی ہے جیسا کہ شکل (4.34b) میں دکھایا گیا ہے تو بلاک اپنی پہلی پوزیشن پر واپس آجاتا ہے۔ بلاک اپنی پہلی پوزیشن پر واپس نہیں آتا اگر G سے گزرنے والی عمودی لائن اس اوپر اٹھائی گئی حالت میں اس سے باہر نکل جاتی ہے۔ جیسا کہ شکل (4.34c) میں دکھایا گیا ہے۔ بلاک اپنی بنیاد پر الٹ کر ا یکوی لبریم کی نئی پوزیشن میں چلا جاتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ گاڑیوں میں سنٹر آف گریویٹی ممکن حد تک نیچے رکھنے

شکل 4.34 (a) بلاک قیام پذیر ایکوی لبریم میں (b) ہلکا سا اوپر اٹھا کر چھوڑنے پر بلاک اپنی پوزیشن پر واپس آجاتا ہے (c) زیادہ اوپر اٹھانے پر بلاک الٹ جاتا ہے اور اپنی پوزیشن پر واپس نہیں آتا۔

شکل 4.35: ڈبل ڈیکر بس متوازن کی آزمائش کے مرحلہ میں ہے۔

کے لیے ان کے نچلے حصے بھاری رکھے جاتے ہیں۔ سنٹر آف گریویٹی کا نیچے ہونا توازن کا باعث ہوتا ہے۔

نیز گاڑیوں کی بنیاد (base) کا پھیلاؤ بڑا رکھا جاتا ہے تاکہ موڑ کاٹتے ہوئے اس کے سنٹر آف گریویٹی سے گزرنے والی عمودی لائن اس کی بنیاد سے باہر نہ نکل سکے۔

غیر قیام پذیر ایکوی لبریم (Unstable Equilibrium)

ایک پنسل لیں اور اسے اس کی نوک پر کھڑا کرنے کی کوشش کریں جیسا کہ شکل (4.36) میں دکھایا گیا ہے۔ جب بھی آپ اسے چھوڑیں گے یہ اپنی نوک پر الٹ کر گر جائے گی۔ ایسے ایکوی لبریم کو غیر قیام پذیر ایکوی لبریم کہتے ہیں۔ غیر قیام پذیر ایکوی لبریم میں کسی جسم کو صرف لمحے بھر کے لیے ہی ٹھہرایا جا سکتا ہے۔ پس کوئی بھی جسم غیر قیام پذیر ایکوی لبریم میں نہیں ٹھہرتا۔

شکل 4.36: غیر قیام پذیر ایکوی لبریم
(a) پنسل اپنی نوک پر بمشکل ایکوی لبریم میں ہے۔ اس پوزیشن میں اس کا سنٹر آف گریویٹی بلند ترین مقام پر ہے۔ (b) پنسل ٹارک کے باعث الٹ جاتی ہے۔

> اگر کوئی جسم انتہائی معمولی سا ٹیڑھا کر کے چھوڑنے پر اپنی پہلی پوزیشن میں واپس نہیں آتا تو یہ غیر قیام پذیر ایکوی لبریم میں کہلاتا ہے۔

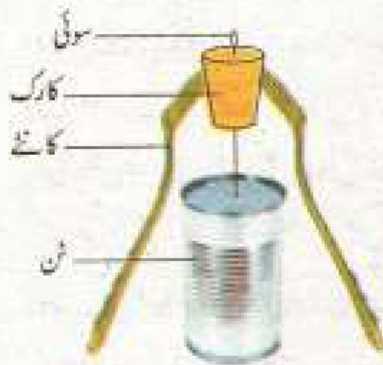
غیر قیام پذیر ایکوی لبریم کی حالت میں جسم کا سنٹر آف گریویٹی بلند ترین مقام پر ہوتا ہے۔ جیسے ہی جسم اپنی بنیاد پر گھومتا ہے اس کا سنٹر آف گریویٹی نیچے آجاتا ہے اور پھر جسم اپنی پہلی پوزیشن پر واپس نہیں آتا۔

نیوٹرل ایکوی لبریم (Neutral Equilibrium)

شکل 4.37: نیوٹرل ایکوی لبریم
(a) افقی سطح پر پڑی ہوئی گیند
(b) گیند اپنی نئی پوزیشن پر ٹھہر جاتی ہے۔

ایک گیند لیں اور اسے کسی افقی سطح پر رکھیں جیسا کہ شکل (4.37a) میں دکھایا گیا ہے۔ گیند کو سطح پر ہلکا سا ہلا کر چھوڑ دیں۔ یہ اپنی نئی پوزیشن پر ٹھہر جائے گی اور واپس پہلی پوزیشن پر نہیں آئے گی، اسے نیوٹرل ایکوی لبریم کہتے ہیں۔

اگر کوئی جسم اپنی پہلی پوزیشن سے ہلانے پر نئی پوزیشن پر جا کر ٹھہر جاتا ہے تو یہ نیوٹرل ایکوی لبریم کی حالت میں کہلاتا ہے۔

نیوٹرل ایکوی لبریم میں ہر نئی حالت جس میں جسم حرکت کرتا ہے اس کی متوازن حالت ہوتی ہے اور جسم ہر اس نئی حالت میں ٹھہر جاتا ہے جس میں اسے لایا جائے۔ نیوٹرل ایکوی لبریم میں جسم کا سنٹر آف گریویٹی نہ پہلے سے بلند ہوتا ہے اور نہ ہی پہلے سے نیچے جاتا ہے بلکہ ایک ہی بلندی پر رہتا ہے۔ مختلف اجسام جو نیوٹرل ایکوی لبریم میں ہوتے ہیں ان میں گیند، گولا، بیلن، انڈہ اور اُفقی پڑی ہوئی پنسل شامل ہیں۔

شکل 4.38: نوک پر متوازن کی گئی سوئی

4.9 سٹیبلیٹی اور سنٹر آف ماس کی پوزیشن
(Stability and Position of Centre of Mass)

ہم پڑھ چکے ہیں کہ کسی جسم کا سنٹر آف ماس اس کے متوازن ہونے میں ایک اہم کردار ادا کرتا ہے۔ اجسام کو متوازن رکھنے کے لیے ان کا سنٹر آف ماس جس قدر ممکن ہو سکے نیچے رکھنا چاہیے۔ یہی وجہ ہے کہ ریسنگ کاریں نیچے سے بھاری رکھی جاتی ہیں اور ان کی بلندی کم سے کم رکھی جاتی ہے۔ سرکس (circus) میں رسے پر چلنے والا فنکار ایک لمبے راڈ کی مدد سے اپنے سنٹر آف ماس کو نیچے لاتا ہے۔ آیئے چند مثالوں کا مطالعہ کرتے ہیں جن میں سنٹر آف ماس نیچے لا کر اجسام کو متوازن بنانے میں مدد ملتی ہے۔ یہ اجسام ہلانے پر اپنی متوازن حالت میں واپس آ جاتے ہیں۔ ان میں سنٹر آف ماس لٹکائے جانے والے مقام سے عموداً نیچے ہوتا ہے۔ اس طرح ان کا ایکوی لبریم متوازن ہوتا ہے۔

شکل 4.39 (a) ٹہنی پر بیٹھا طوطا (b) خود سیدھا ہونے والا کھلونا

شکل (4.38) میں ایک کارک میں کپڑے سینے والی سوئی دکھائی گئی ہے۔ کارک پر کانٹے (forks) لگا کر سوئی کی نوک پر ایکوی لبریم میں رکھا گیا ہے۔ کانٹے سنٹر آف ماس کو نیچے لے آتے ہیں۔ شکل (4.39a) میں ٹہنی پر بیٹھا طوطا دکھایا گیا ہے۔ اس کی دُم وزنی بنائی گئی ہے۔ شکل (4.39b) میں ایک کھلونا دکھایا گیا ہے جو ٹیڑھا کرنے پر خود ہی سیدھا ہو جاتا ہے۔ اس کا گول پیندا وزنی بنایا گیا ہے۔ ٹیڑھا کرنے پر اس کا سنٹر آف ماس بلند ہو جاتا ہے۔ اس لیے یہ واپس سیدھا ہو جاتا ہے۔ کیونکہ اس پوزیشن میں اس کا سنٹر آف ماس انتہائی نیچے ہوتا ہے۔

خلاصہ

- پیرالل فورسز کے عمل کی لائنز ایک دوسرے کے پیرالل ہوتی ہیں۔
- اگر تمام پیرالل فورسز ایک ہی سمت میں ہوں تو یہ لائک پیرالل فورسز کہلاتی ہیں۔ اگر دو پیرالل فورسز ایک دوسرے کی مخالف سمت میں ہوں تو یہ اَن لائک پیرالل فورسز کہلاتی ہیں۔
- دو یا دو سے زیادہ فورسز کا مجموعہ ریزلٹنٹ فورس کہلاتا ہے۔
- دو یا دو سے زیادہ فورسز کا ریزلٹنٹ معلوم کرنے کا گرافیکل طریقہ ہیڈ ٹو ٹیل رُول کہلاتا ہے۔
- کسی فورس کو ایسے دو کمپوننٹس میں تقسیم کرنا جو ایک دوسرے پر عموداً واقع ہوں فورس کی تحلیل یا ریزولیوشن کہلاتا ہے۔ یہ عمودی کمپوننٹس F_x اور F_y کہلاتے ہیں۔

$$F_x = F\cos\theta, \quad F_y = F\sin\theta$$

- کسی فورس کی مقدار اور سمت کو اس کے عمودی کمپوننٹس سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یعنی

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

- کسی فورس کا ٹارک یا مومنٹ آف فورس اس فورس کا گردشی اثر کہلاتا ہے۔ یہ فورس اور فورس کے مومنٹ آرم کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔
- مومنٹس کے اصول کے مطابق ایکوی لبریم کی حالت میں کسی جسم پر عمل کرنے والے کلاک وائز مومنٹس کا مجموعہ اس پر عمل کرنے والے اینٹی کلاک وائز مومنٹس کے مجموعہ کے مساوی ہوتا ہے۔
- کسی جسم کا سنٹر آف ماس وہ مقام ہے جہاں لگائی جانے والی ریزلٹنٹ فورس جسم کی روٹیشن کے بغیر حرکت کا باعث بنتی ہے۔
- کسی جسم کا سنٹر آف گریویٹی ایک ایسا پوائنٹ ہوتا ہے جہاں اس کا کل وزن عموداً نیچے کی جانب عمل کرتا ہے۔
- دو ایسی فورسز کپل بناتی ہیں جو مقدار میں مساوی لیکن سمت میں مخالف ہوں اور جن کا مختلف لائن آف ایکشن ہو۔
- اگر کسی جسم پر عمل کرنے والی ریزلٹنٹ فورس صفر ہو تو وہ ایکوی لبریم میں ہوتا ہے۔
- ایکوی لبریم کی صورت میں جسم یا تو ریسٹ میں رہتا ہے یا یونیفارم سپیڈ سے حرکت کرتا ہے۔
- ایک جسم ایکوی لبریم کی دوسری شرط پوری کرتا ہے اگر اس پر عمل کرنے والا ریزلٹنٹ ٹارک صفر ہو۔
- ایک جسم قیام پذیر ایکوی لبریم کی حالت میں ہوتا ہے اگر وہ معمولی سا ہلا کر چھوڑنے سے واپس اپنی پہلی پوزیشن میں آجائے۔
- اگر کوئی جسم معمولی سا ہلا کر چھوڑنے پر اپنی پہلی پوزیشن میں واپس نہیں آتا تو وہ غیر قیام پذیر ایکوی لبریم کی حالت میں ہوتا ہے۔
- اگر کوئی جسم تھوڑا سا ہلا کر چھوڑنے پر ہر نئی پوزیشن میں ٹھہر جائے تو وہ نیوٹرل ایکوی لبریم کی حالت میں کہلاتا ہے۔

سوالات

4.1 دیے گئے ممکنہ جوابات میں سے درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

(i) دو مساوی لیکن اَن لائک پیرالل فورسز جن کا لائن آف ایکشن مختلف ہو پیدا کرتی ہیں۔

(a) ٹارک (b) کپل
(c) ایکوی لبریم (d) نیوٹرل ایکوی لبریم

(ii) ہیڈ ٹو ٹیل رُول سے ویکٹرز کی تعداد جنہیں جمع کیا جا سکتا ہے وہ ہے:

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) کوئی بھی تعداد

(iii) کسی ویکٹر کے عمودی کمپوننٹس کی تعداد ہوتی ہے:

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

(iv) 10 نیوٹن کی ایک فورس x- ایکسز کے ساتھ 30° کا زاویہ بناتی ہے۔ اس فورس کا اُفقی کمپوننٹ ہوگا۔

(a) 4N (b) 5N

(c) 7N (d) 8.7N

(v) ایک کپل عمل میں آتا ہے:

(a) دو ایک دوسرے پر عمودی فورسز سے

(b) دو لائک پیرالل فورسز سے

(c) ایک ہی لائن میں عمل کرنے والی مساوی اور مخالف فورسز سے

(d) ایک ہی لائن میں عمل نہ کرنے والی دو مساوی اور مخالف فورسز سے

(vi) ایک جسم ڈائنامک ایکوی لبریم میں ہوتا ہے جب اس

(a) کا ایکسلریشن یونیفارم ہو

(b) کی سپیڈ یونیفارم ہو

(c) کی سپیڈ اور ایکسلریشن یونیفارم ہو

(d) کا ایکسلریشن صفر ہو

(vii) ایک جسم نیوٹرل ایکوی لبریم میں ہوتا ہے اگر اس کا سنٹر آف گریویٹی

(a) بلند ترین پوزیشن پر ہو

(b) پست ترین پوزیشن پر ہو

(c) اپنی بلندی برقرار رکھتا ہے اگر اسے اپنی جگہ سے ہلایا جائے

(d) بنیاد کے اندر رہتا ہے

(viii) ریسنگ کاریں متوازن بنائی جاتی ہیں ان کی

(a) سپیڈ بڑھا کر

(b) ماس کم کر کے

(c) سنٹر آف گریویٹی نیچے کر کے

(d) چوڑائی کم کر کے

4.2 مندرجہ ذیل کی تعریف کیجیے۔

(i) ریزلٹنٹ ویکٹر (ii) ٹارک

(iii) سنٹر آف ماس (iv) سنٹر آف گریویٹی

4.3 مندرجہ ذیل میں تفریق کیجیے۔

(i) لائک اور اَن لائک پیرالل فورسز

(ii) ٹارک اور کپل

(iii) قیام پذیر اور نیوٹرل ایکوی لبریم

4.4 ہیڈ ٹو ٹیل رُول ویکٹرز کا ریزلٹنٹ معلوم کرنے میں کس طرح مدد کرتا ہے؟

4.5 کسی فورس کو اس کے عمودی کمپوننٹس میں کس طرح تحلیل کیا جا سکتا ہے؟

4.6 کوئی جسم کب ایکوی لبریم میں ہوتا ہے؟

4.7 ایکوی لبریم کی پہلی شرط کی وضاحت کیجیے۔

4.8 ایکوی لبریم کی دوسری شرط کی کیا ضرورت ہے اگر کوئی جسم ایکوی لبریم کی پہلی شرط پوری کرتا ہے؟

4.9 ایکوی لبریم کی دوسری شرط کیا ہے؟

4.10 کسی ایسے متحرک جسم کی مثال دیجیے جو ایکوی لبریم میں ہو۔

4.11 ایسے جسم کی مثال دیجیے جو ریسٹ میں ہو لیکن ایکوی لبریم میں نہ ہو۔

4.12 کوئی جسم ایکوی لبریم میں کیوں نہیں ہو سکتا اگر اس پر سنگل فورس عمل کر رہی ہو؟

4.13 گاڑیوں کی اونچائی ممکن حد تک کم کیوں رکھی جاتی ہے؟

4.14 قیام پذیر، غیر قیام پذیر اور نیوٹرل ایکوی لبریم سے کیا مراد ہے؟ ہر ایک کی مثال دیں۔

مشقی سوالات

4.1 مندرجہ ذیل فورسز کا ریزلٹنٹ معلوم کیجیے۔

(i) 10 نیوٹن x-ایکسز کی سمت میں

(ii) 6 نیوٹن y-ایکسز کی سمت میں

(iii) 4 نیوٹن منفی x-ایکسز کی سمت میں

(8.5 N x-ایکسز کے ساتھ 45° کا زاویہ بناتے ہوئے)

4.2 50 N کی فورس x-ایکسز کے ساتھ 30° کا زاویہ بنا رہی ہے۔ اس کے عمودی کمپونینٹس معلوم کریں۔

(43.3N, 25N)

4.3 اس فورس کی مقدار اور سمت بتائیے جس کا x-کمپونینٹ 12 N اور y-کمپونینٹ 5 N ہے۔

(13 N x-ایکسز کے ساتھ 22.6° کے زاویہ پر)

4.4 100 نیوٹن کی فورس نٹ سے 10 cm کے فاصلہ پر سپینر پر عموداً عمل کر رہی ہے۔ اس سے پیدا ہونے والا ٹارک معلوم کیجیے۔

(10 Nm)

4.5 ایک فورس کسی جسم پر x-ایکسز کے ساتھ 30° کا زاویہ بناتے ہوئے عمل کر رہی ہے۔ فورس کا x-کمپونینٹ 20 N ہے۔ فورس معلوم کیجیے۔

(23.1 N)

4.6 کسی کار کے سٹیئرنگ وہیل کا ریڈیس 16 cm ہے۔ 50 N کے کپل سے پیدا ہونے والا ٹارک معلوم کیجیے۔

(16 Nm)

4.7 ایک پکچر فریم دو عمودی ڈوریوں سے لٹک رہا ہے۔ ڈوریوں میں ٹینشن 3.8 N اور 4.4 N ہے۔ پکچر فریم کا وزن معلوم کیجیے۔

(8.2 N)

4.8 5 kg اور 3 kg کے دو بلاکس ڈوریوں سے لٹکائے گئے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ہر ایک ڈوری میں ٹینشن معلوم کیجیے۔

5 kg

3 kg

(80N, 30N)

4.9 ایک نٹ 10 cm لمبا سپینر استعمال کر کے 200 N کی فورس سے کس دیا گیا ہے۔ اسے 150 N کی فورس سے ڈھیلا کرنے کے لیے کتنا لمبا سپینر درکار ہوگا؟

(13.3 cm)

4.10 10 کلوگرام ماس کا ایک بلاک 1 m لمبی سلاخ کے مرکز سے 20 cm کے فاصلے پر لٹکایا گیا ہے۔ سلاخ کو اس کے سنٹر آف گریویٹی پر ایکوی لبریم میں لانے کے لیے اس کے دوسرے سرے پر کتنی فورس لگانے کی ضرورت ہے؟

(40 N)